**Практическая работа № 11,12**

« Решение задач целочисленного программирования»

**Цель работы:** научиться решать задачи целочисленного программирования различными методами.

**Образовательные результаты, заявленные во ФГОС третьего поколения:**

Студент должен

уметь:

- работать с пакетами прикладных программ аналитического и численного исследования математических моделей;

знать:

- методы исследования математических моделей разных типов.

**Краткие теоретические и учебно-методические материалы по теме практической работы**

Целочисленное программирование ориентировано на решение задач математического программирования, в которых все или некоторые переменные должны принимать только целочисленные значения.

Задача называется полностью целочисленной, если условие целочисленности наложено на все ее переменные; когда это условие относится лишь к некоторым переменным, задача называется частично целочисленной. Если при этом ЦФ и функции, входящие в ограничения, линейные, то задача является линейной целочисленной*.*

Несмотря на то, что к настоящему времени разработан ряд методов решения целочисленных задач, ни один из них не обеспечивает желаемой эффективности соответствующих вычислительных процедур, что особенно проявляется при увеличении размерности задачи. Таким образом, в отличие от ЗЛП, время решения которых относительно невелико, реализация целочисленных алгоритмов в ряде случаев весьма затруднительна.

Одна из основных трудностей в целочисленном программировании связана с эффектом ошибки округления, возникающим при использовании цифровых ЭВМ. Даже наличие алгоритмов, применимых для решения задач с целочисленными коэффициентами и позволяющих обойтись без оперирования дробями (и, следовательно, избежать влияния ошибок округления), не упрощает ситуации, поскольку такие алгоритмы (в ряде случаев) сходятся чрезвычайно медленно.

Методы решения задач целочисленного линейного (ЗЦЛП) программирования можно классифицировать как (1) методы отсечений и (2) комбинаторные методы.

Исходной задачей для демонстрации возможностей методов отсечений, используемых при решении линейных целочисленных задач, является задача с ослабленными ограничениями, которая возникает в результате исключения требования целочисленности переменных. По мере введения специальных дополнительных ограничений, учитывающих требование целочисленности, многогранник допустимых решений ослаб- ленной задачи постепенно деформируется, до тех пор пока координаты оптимального решения не станут целочисленными. Название «методы отсечений» связано с тем обстоятельством, что вводимые дополнительные ограничения отсекают (исключают) не- которые области многогранника допустимых решений, в которых отсутствуют точки с целочисленными координатами.

В основе комбинаторных методов лежит идея перебора всех допустимых целочисленных решений. Разумеется, на первый план здесь выдвигается проблема разработки тестовых процедур, позволяющих непосредственно рассматривать лишь часть (относительно небольшую) указанных решений, а остальные допустимые решения учитывать некоторым косвенным образом.

**1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ**

Существует ряд задач оптимального планирования, в которых переменные могут принимать лишь целочисленные значения. Такие задачи связаны с определением количества единиц неделимой продукции, числа станков при загрузке оборудования, численности работников в структурных подразделениях предприятия и т.д. Достаточно часто возникают задачи с так называемыми булевыми переменными, решениями которых являются суждения типа «да-нет». Если функция и ограничения в таких задачах линейны, то мы говорим о задаче линейного целочисленного программирования. Задача линейного целочисленного программирования формулируется следующим образом: найти такое решение (план)

Х = (x1, x2, ..., xn),

при котором линейная функция

∑= = n j

jj xcL 1 принимает максимальное или минимальное значение при ограничениях

∑ = = n j ijij bxa 1

, i = 1, 2, ..., m

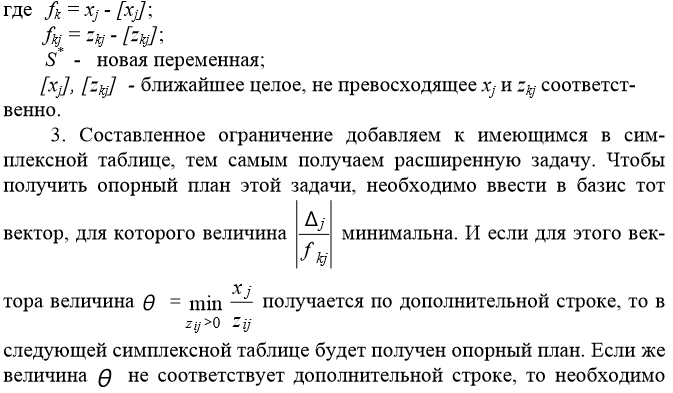
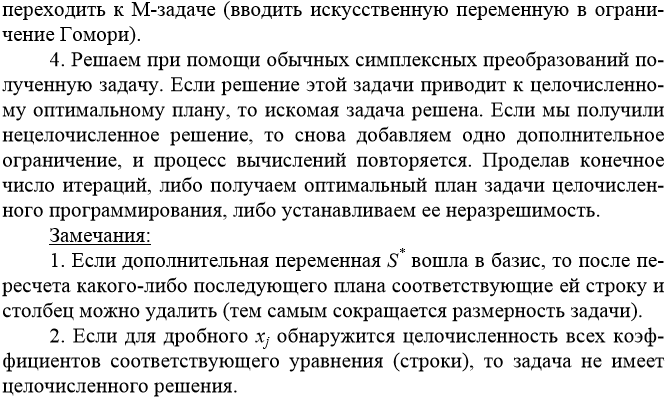
0≥x j , j = 1, 2, ... n xj - целые числа.

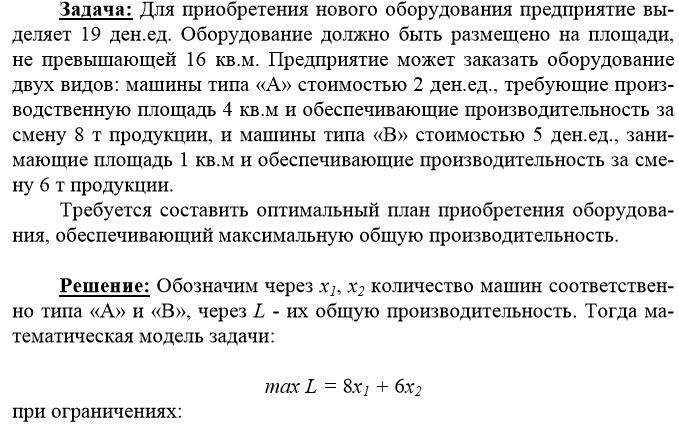
**2. МЕТОД ГОМОРИ**

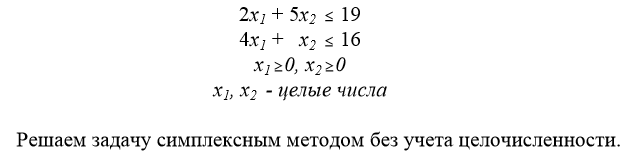
Одним из методов решения задач линейного целочисленного программирования является метод Гомори. Сущность метода заключается в построении ограничений, отсекающих нецелочисленные решения задачи линейного программирования, но не отсекающих ни одного целочисленного плана.

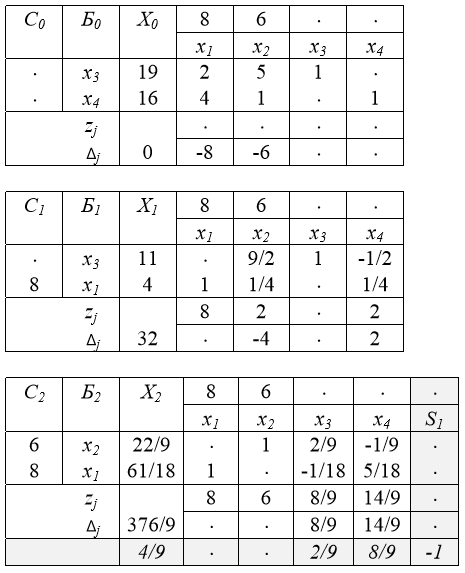
2 Рассмотрим алгоритм решения задачи линейного целочисленного программирования этим методом. 1. Решаем задачу симплексным методом без учета условия целочисленности. Если все компоненты оптимального плана целые, то он является оптимальным и для задачи целочисленного программирования. Если обнаруживается неразрешимость задачи, то и неразрешима задача целочисленного программирования. 2. Если среди компонент оптимального решения есть нецелые, то к ограничениям задачи добавляем новое ограничение, обладающее следующими свойствами: - оно должно быть линейным; - должно отсекать найденный оптимальный нецелочисленный план; - не должно отсекать ни одного целочисленного плана. Для построения ограничения выбираем компоненту оптимального плана с наибольшей дробной частью и по соответствующей этой компоненте k-й строке симплексной таблицы записываем ограничение Гомори.

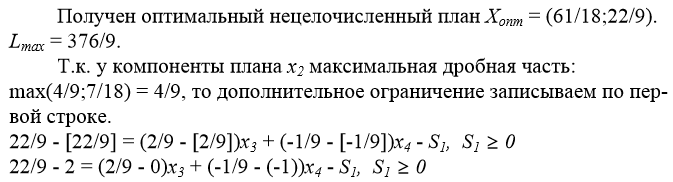


**3. ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ МЕТОДОМ ГОМОРИ**

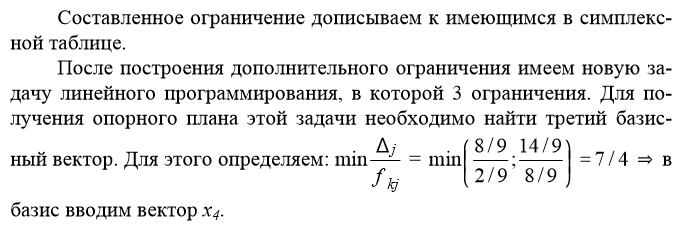


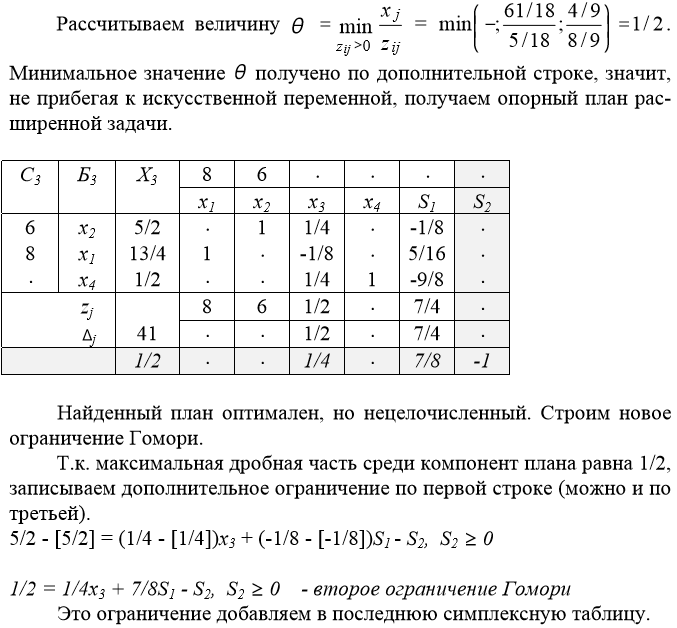
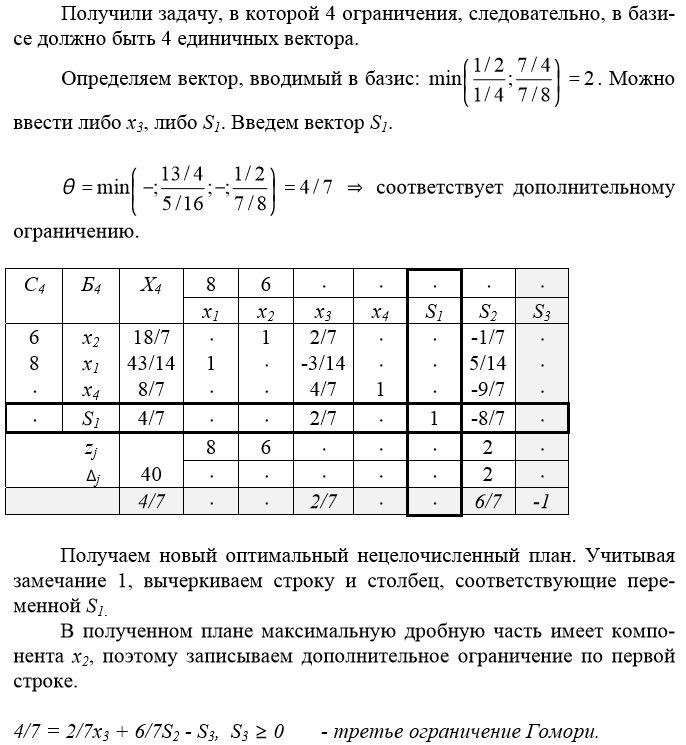
****

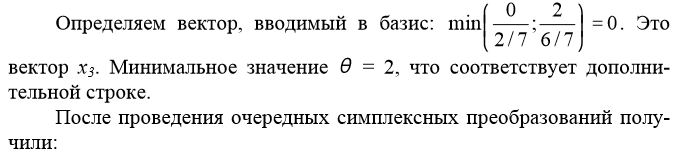


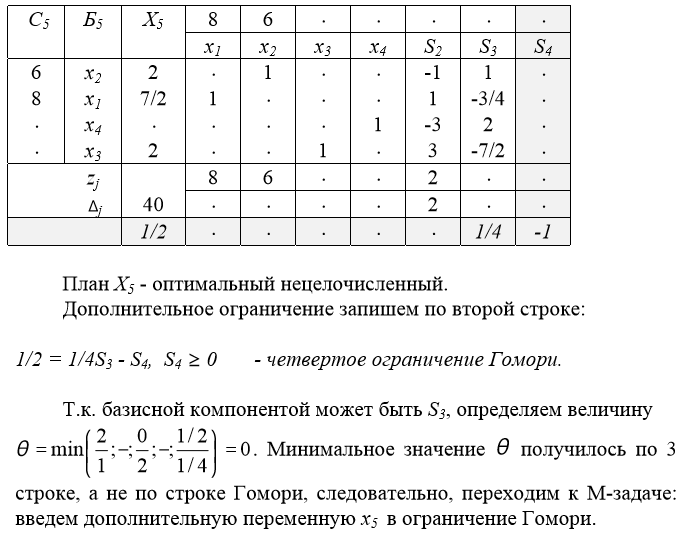


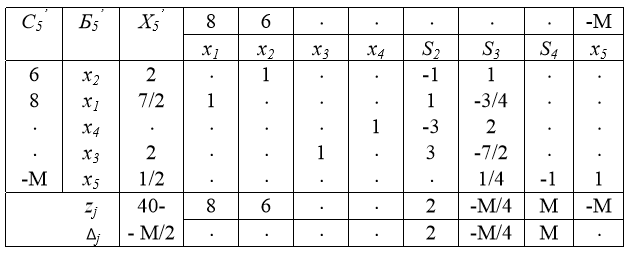


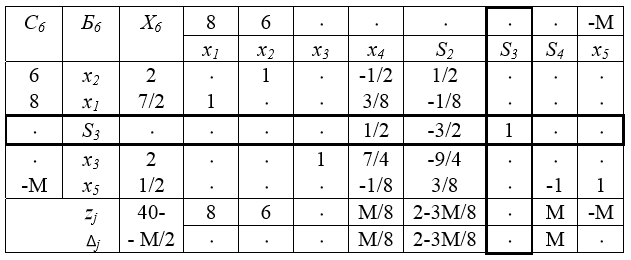
****

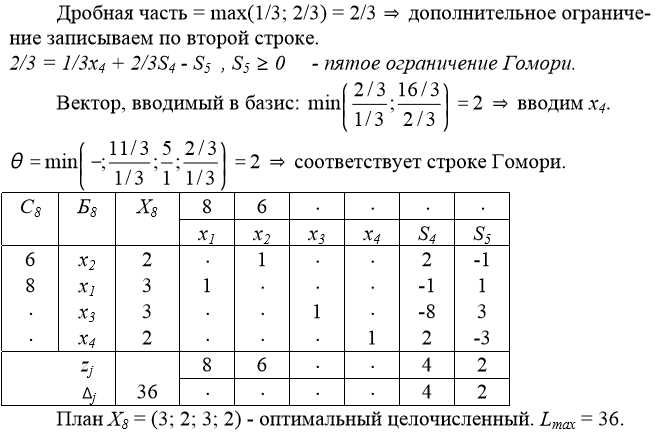
****

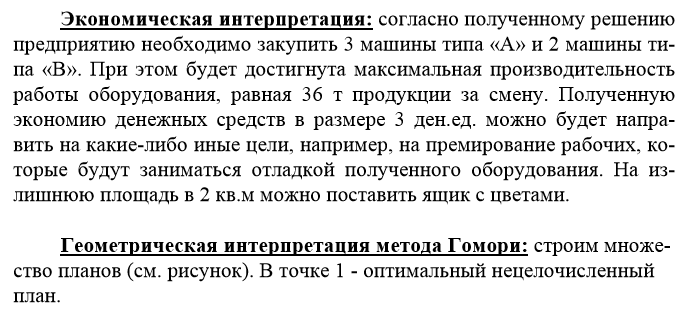
****

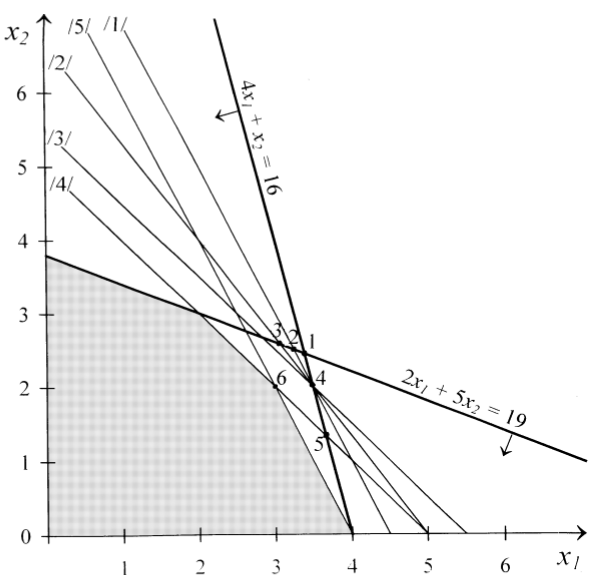
****

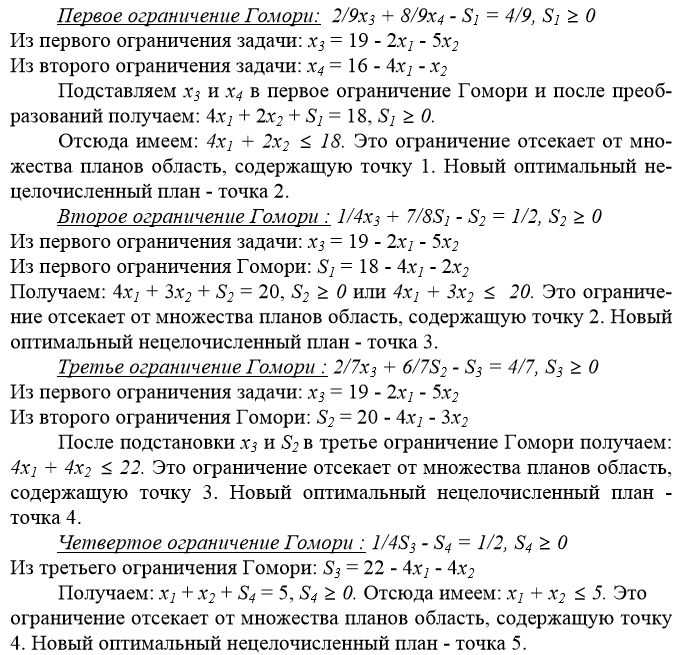
****

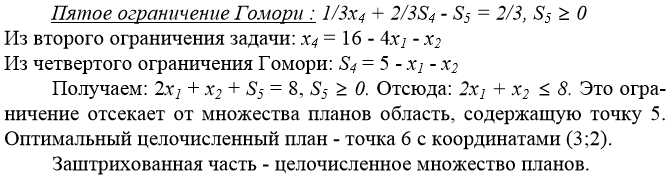
****

****

****

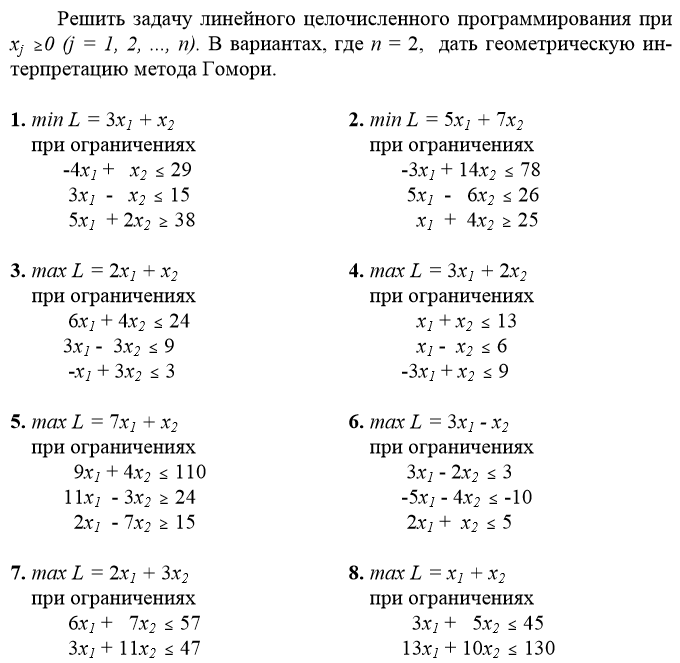
****

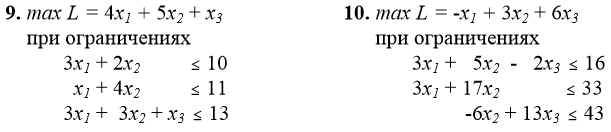
****

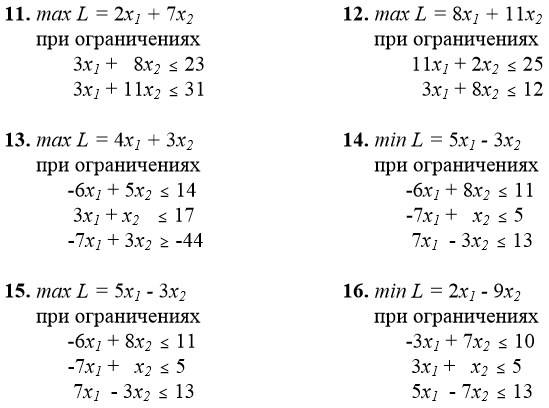
****

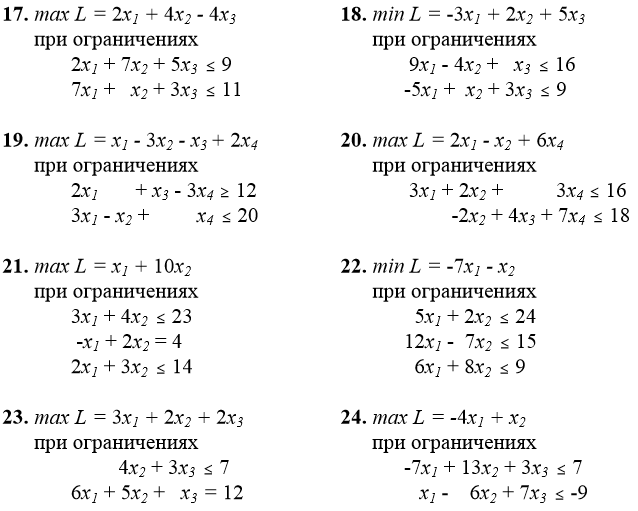
**Задания для самостоятельной работы**

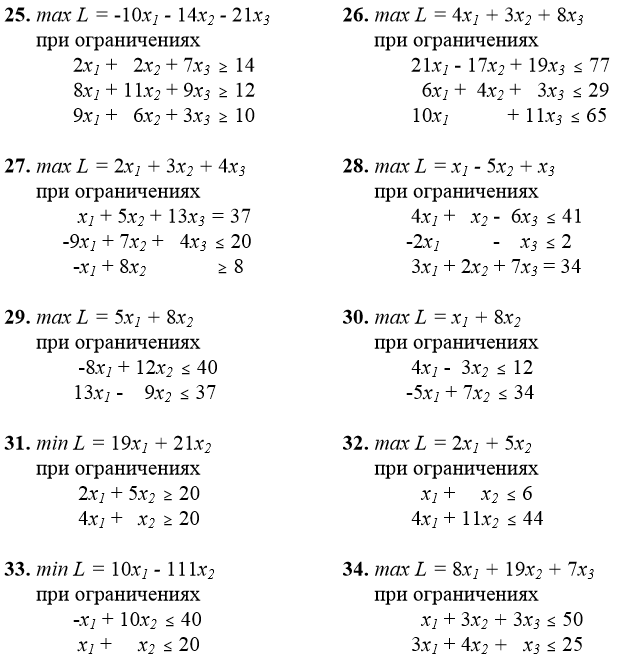
1.Решите ЗЦЛП методом ветвей и границ.

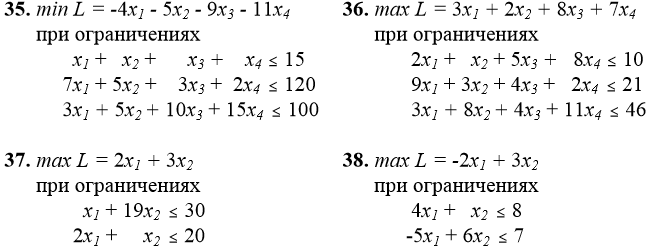


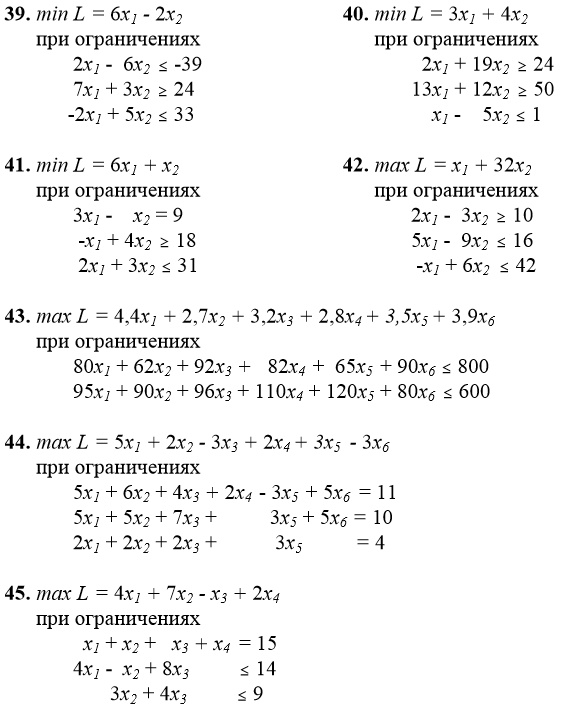












**Контрольные вопросы**

